

Матбой 6-1 – 6-2

1. Вначале на доске написано одно число $20/17$. За одну операцию на доску можно добавить ещё одно число. Оно должно быть не равно уже выписанным, и быть либо обратным выписанному (то есть по x можно выписать $1/x$), либо сумме двух выписанных, либо разности двух выписанных. Можно ли не более чем за 17 операций выписать на доску число 1?
2. Бармалей не видел карты Булгаринского царства, но знает, что некоторые города соединены непересекающимися прямыми дорогами так, что, пользуясь этими дорогами, между любыми двумя городами есть путь строго по прямой (возможно, проходящий через промежуточные города). Бармалей уверен, что сможет выбрать для разбоя такой прямой путь, вне которого лежит не более двух городов. Может ли он ошибаться?
3. В словах МАТБОЙ и БИТВА все буквы заменены цифрами (одинаковые – одинаковыми, разные – разными). Получили два числа – шестизначное и пятизначное. Непорядком назовем пару соседних цифр в одном из чисел, в которой левая цифра больше правой. Какое наименьшее суммарное число непорядков может быть в этих числах?
4. В вершинах куба записаны различные натуральные числа, а на каждом ребре – НОД чисел в его концах. Может ли сумма чисел в вершинах быть равной сумме чисел на ребрах?
5. На объездной дороге от Китена до Ахтополя поставили километровые столбы и прибили на каждый по две таблички: сколько километров по этой дороге до Китена и сколько – до Ахтополя. Ирина Сергеевна заметила, что сумма всех цифр на каждом столбе равна 14. Найдите длину дороги.
6. 33 ученика с острова лжецов (всегда лгут) и рыцарей (всегда говорят правду) стали в круг. Всем известно, что они сдали разное число задач. На вопрос «У тебя есть сосед-лжец, который сдал задач меньше тебя?» все ответили «Да». После перерыва они стали в круг в другом порядке. Докажите, что на вопрос «У тебя есть сосед-рыцарь, который сдал задач меньше тебя?» как минимум двое ответят «Да».
7. По кругу стоят 50 коробок, в одной лежит 111 камней, остальные – пустые. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход можно переложить один или несколько камней (но не все) из коробки в соседнюю пустую. Кто не может сделать хода – проиграл. Кто из игроков может выиграть, как бы ни играл соперник?
8. Клетчатый квадрат 18×18 разрезали на 18 прямоугольников. Один из них отложили, а из остальных составили квадрат 10×10 . Найдите размеры отложенного прямоугольника.

Матбой 6-1+6-3 – 6-2+6-3

1. Вначале на доске написано одно число $20/17$. За одну операцию на доску можно добавить ещё одно число. Оно должно быть не равно уже выписанным, и быть либо обратным выписанному (то есть по x можно выписать $1/x$), либо сумме двух выписанных, либо разности двух выписанных. Можно ли не более чем за 17 операций выписать на доску число 1?

2. Бармалей не видел карты Булгаринского царства, но знает, что некоторые города соединены непересекающимися прямыми дорогами так, что, пользуясь этими дорогами, между любыми двумя городами есть путь строго по прямой (возможно, проходящий через промежуточные города). Бармалей уверен, что сможет выбрать для разбоя такой прямой путь, вне которого лежит не более двух городов. Может ли он ошибаться?

3. В словах МАТБОЙ и БИТВА все буквы заменены цифрами (одинаковые – одинаковыми, разные – разными). Получили два числа – шестизначное и пятизначное. Непорядком назовем пару соседних цифр в одном из чисел, в которой левая цифра больше правой. Какое наименьшее суммарное число непорядков может быть в этих числах?

4. На зачете трем школьникам было предложено 100 задач, и каждую кто-нибудь да решил. Всего каждый решил по 60 задач. Назовем задачу трудной, если ее решил всего один человек, и легкой – если трое. Каких задач больше: легких или трудных, и на сколько?

5. На объездной дороге от Китена до Ахтополя поставили километровые столбы и прибили на каждый по две таблички: сколько километров по этой дороге до Китена и сколько – до Ахтополя. Ирина Сергеевна заметила, что сумма всех цифр на каждом столбе равна 14. Найдите длину дороги.

6. 40 учеников с острова лжецов (всегда лгут) и рыцарей (всегда говорят правду) стали в круг. Всем известно, что они сдали разное число задач. На вопрос «У тебя есть сосед-лжец, который сдал задач меньше тебя?» все ответили «Да». После перерыва они стали в круг в другом порядке. Докажите, что на вопрос «У тебя есть сосед-рыцарь, который сдал задач меньше тебя?» кто-нибудь ответит «Да».

7. По кругу стоят 15 коробок, в одной лежит 55 камней, остальные – пустые. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход можно переложить один или несколько камней (но не все) из коробки в соседнюю пустую. Кто не может сделать хода – проиграл. Кто из игроков может выиграть, как бы ни играл соперник?

8. Клетчатый квадрат 18×18 разрезали на 18 прямоугольников. Один из них отложили, а из остальных составили квадрат 10×10 . Найдите размеры отложенного прямоугольника.